

“通向数学之路” 国际暑期学校介绍

一、哈尔滨工业大学数学学科介绍

哈尔滨工业大学数学学科在 2018 年 3 月的 QS 学科排名中，位居世界 101-150 位，在大陆高校进入榜单前 400 名的 28 所高校中位列第 9 位。在 2018 年 9 月公布的 USNEWS 数学学科排名中，本学科位列第 96 名，在内地高校进入榜单 200 名的 21 所高校中并列第 9 位。在最新的 ARWU 排名中，数学学科位列第 101-150 位，在大陆高校进入榜单前 500 名的 63 所高校中位列第 9 位。

数学学科自 2013 年 5 月开始进入了全球数学学科前 1%行列。根据 ESI 最新数据（2019 年 1 月 18 日）显示，哈尔滨工业大学数学学科在进入全球数学学科前 1%的 256 个机构中，论文数排名第 80 位（内地高校排名第 9），被引量排名第 76 位（内地高校排名第 4），平均被引排名第 138 位（内地高校排名第 6），ESI 高被引论文排名第 31 位（内地高校排名第 4），ESI 高水平论文排名第 31 位（内地高校排名第 4），ESI 热点论文排名第 43 位（内地高校排名并列第 11）。

1. 数学系简介

哈尔滨工业大学数学系前身是创建于 1958 年的计算数学专业，1981 年开始培养基础数学和计算数学专业硕士，1986 年获得基础数学博士学位授予权（是国内最早的两所工科院校之一），1987 年成立数学系。2001 年建立了数学学科博士后流动站，2005 年数学学科成为一级学科硕士学位授权点，2010 年数学学科成为一级学科博士授权点，2011 年统计学成为一级学科博士授权点。基础数学是省重点学科（2001 年）和国防科工委重点学科（2002 年）；应用数学是省重点学科（2001 年）。数学学科 2011 年成为省一级重点学科。2013 年基础数学和应用数学成为工信部重点学科。教育部设立的首批七个“工科基础课程（数学）教学基地”之一。在教育部第四轮学科评估中，哈尔滨工业大学数学学科位列 A-。

本学科依据国防和社会发展的需求及主流科研方向前沿发展趋势，形成了以传统优势方向为支撑，以新兴与交叉方向为主要生长点的学科格局。主要科研方向有：泛函分析及其应用、代数与拓扑学、常微分方程与动力系统、科学与工程计算、偏微分方程与调和分析、运筹控制与优化、概率论与数理统计等。

近五年来，数学系教师承担国家级项目 42 项，其中国家重点研发计划 2 项，科研经费千万余元，获省部级科学技术奖二等奖 2 项，发表 SCI 论文 500 余篇。

2、数学研究院简介

为创建世界一流大学，进一步加强面向国际学术前沿和国家重大需求的理学基础研究，2016 年 7 月哈工大成立了“数学研究院”，在人力、资金和政策等方面大力倾斜；研究院直接隶属于学校，在深圳设有分院，是哈工大数学系密不可分的合作伙伴。研究院以基础数学为基石，根据哈工大工程学科建设需求，发展具有学科交叉特点的应用数学。数学研究院自成立以来，在学校、数学系的大力支持下，研究院根据学校制定的整体发展规划并结合数学学科自身的特点，在人才队伍建设、学科建设、制度建设、对外合作交流等方面均取得了可喜的成绩。一年多以来，研究院成员共发表高水平学术论文 30 余篇，主持国家各类基金项目 8 项，成果突出，受到学校领导的嘉奖。首任院长由我校引进的特聘专家许全华教授担任。许全华教授是学术界公认的现代非交换鞅论的奠基者之一，法国弗朗什-孔泰大学数学特级教授，是法国数学界仅有两位中国特级教授之一，从 1990 年至今一直享受法国政府的科研和博士指导津贴。

研究院严格按照“高起点，高水准，入主流”的发展方针，抓住机遇，凝聚力量，创建亮点，致力于推动数学科学的发展以及数学与物理、工程等领域的交叉研究，最终形成一个基础研究和应用研究并举、相辅相成、相互促进的良好局面，由此产生一支强大、有效、多元、协调的数学科研队伍；直至将哈工大理学学科带入一个全新的发展时代，并对哈工大的整体发展壮大起到重要的支撑作用，为学校建设世界一流大学做出应有的贡献。

数学研究院将执行法国的宽松管理模式，不侧重文章数量或杂志级别等。目前研究院正在进行一校三区的统一谋划，充分发挥研究院的特区作用，打造一个愉快、舒适、和谐、向上的工作环境，为所有研究人员提供一个有利于事业发展的有效平台。

二、主题：数论、代数与几何基础

本次哈工大国际暑期学校，邀请了四位海内外著名学者前来讲学、讲座，为海内外学子们带来“通向数学之路”国际暑期学校。我们将以四位学者的授课为主线，学习内容广泛的基础数学知识，授课内容涉及数论、代数与几何；在专家讲座环节，四位授课老师与哈工大数学学科的优秀学者将带来精彩的报告与讨论，学员可以了解最新的相关领域前沿知识；最后在实践环节，学员在授课老师的指导下，学习相关的研究方法，并完成数学小论文。

三、教学内容

本次暑期学校时间为 2019 年 7 月 9 日—26 日（8 日报到，27 日离校），教学内容由授课、讲座、数学小论文竞赛三大板块组成，全部课程共计 64 学时，共可获得 6 学分，获得课程成绩单及暑期学校结业证书。

授课板块：将由 Wouter Castryck 教授、Henry H. Kim 教授、Daqing Wan 教授、Fei Xu 教授分别讲授环面几何学、代数数论、 p -进制指数和理论与代数

基础。

讲座板块：将由来访授课教授与哈工大数学系/数学研究院的杰出教授联袂为学员作主题报告。

数学小论文竞赛板块：学员组成研究团队，在授课教授的指导与哈工大数学系教师的帮助下，完成一篇小论文，并参加最终的答辩，竞选最佳小论文。

课程	课程内容	负责教师	学时	学分
授课	Curve Models that Meet Baker's Bound	Wouter Castryck, Catholic University of Leuven	16	1
	Algebraic Number Theory	Henry H. Kim, the University of Toronto	16	1
	p-adic Theory of Exponential Sums	Daqing Wan, University of California at Irvine	16	1
	Basic Algebra	Fei Xu, Capital Normal University	16	1
讲座	数学理论漫谈	<ul style="list-style-type: none"> Wouter Castryck 教授 Henry H. Kim 教授 Daqing Wan 教授 Fei Xu 教授 薛小平教授 尹智教授 李科教授 	7	0.5
论文	相关问题数学研究	学生分组进行数学小论文撰写，团队指导教师情况及主题见表下说明	24	1.5

注：各主题配备指导教师一名

四、拟授课海外教师简单介绍



Wouter Castryck, Ph.D.

- 比利时鲁汶大学
- 主要研究方向：环面几何、编码理论
- 课程：Curve models that meet Baker's bound



Henry H. Kim, Ph.D.

- 加拿大多伦多大学
- 研究方向：自守表示理论和解析数论
- 课程：Algebraic Number Theory



Daqing Wan, Ph.D.

- 美国加州大学尔湾分校
- 研究方向：数论、算术几何及其应用
- 课程：P-adic Theory of Exponential Sums



Fei Xu, Ph.D.

- 首都师范大学
- 研究方向：算术几何
- 课程：Basic Algebra

五、课程内容介绍

本次暑期学校将为来自国内外名校的学子们展示基础数学、尤其是数论相关方向的传统与魅力，以及哈工大数学学科的风采。通过一系列的讲课、讲座与数学论文的撰写环节，引领学子们步入数学殿堂。

课程 1. 专题授课

专题一：Curve Models that Meet Baker's Bound

课程中文名称：《达到 Baker 界的曲线模型》

授课教师：Wouter Castryck 教授，比利时鲁汶大学

课程学时：16 学时

课程学分：1 学分

教学内容简介：

Baker's bound from 1893 states that the geometric genus of the curve defined by an irreducible polynomial equation $f(x,y) = 0$ is bounded by the number of \mathbb{Z}^2 -points in the interior of the Newton polygon of $f(x,y)$, by which we mean the convex hull in \mathbb{R}^2 of all (i,j) for which $x^i y^j$ appears with a non-zero coefficient. In this course we will give a modern proof of this statement, which is essentially due to Khovanskii and for which we will first need an introduction to the theory of toric surfaces.

After discussing this proof, we will focus on the class of curves for which this bound can be met. As we will see, there is quite a bit of other geometric information that can be told by merely looking at the Newton polygon, such as the gonality (= the minimal degree of a map to \mathbb{A}^1) and various related invariants. This turns such curves into a very attractive fall-back catalogue from the point of view of explicit algebraic geometry, be it just for playing around with examples, for testing hypotheses, or for doing explicit calculations. Moreover, we will see that for a given Newton polygon Baker's bound is met for almost all polynomials that are supported on it; in particular it concerns a very vast class of curves, covering a wide range of geometric situations and comprising many well-known families.

On the other hand, from a proper moduli-theoretic point of view most curves do not admit such a model. We will explain this seeming contradiction, and discuss how to decide if such a model exists, and if it does, how to find it in practice. For hyperelliptic curves (= curves of gonality 2) this amounts to finding a Weierstrass model. For trigonal curves (= curves of gonality 3) this amounts to carrying out the Delone-Faddeev correspondence. From curves of gonality 4 onwards, most curves do not admit such a model, but many still do.

In the final part, depending on the time available, we will discuss some applications such as point counting on curves over finite fields (that is, preparing input for a recent algorithm due to Tuitman), and finding regular models over DVRs (discussing recent work of Dokchitser).

专题二：Algebraic Number Theory

课程中文名称：《代数数论》

授课教师：Henry H. Kim 教授，加拿大多伦多大学

课程学时：16 学时

课程学分：1 学分

教学内容简介:

This is a beginning algebraic number theory course. Topics to be covered are Number fields, Dedekind domains, ideal class group, splitting of prime ideals, finiteness of class number, Dirichlet unit theorem, further topics such as counting number fields as time allows. The course will be interactive. We will prepare a set of problems in each lecture and ask students to solve them. We will also ask students to do projects on challenging problems at the end of the course.

The following is a detailed outline:

1. Elementary number theory (motivations)
2. Number fields
3. Integral bases
4. Dedekind domains
5. The ideal class group (finiteness of the ideal class group)
6. Dirichlet unit theorem
7. Dirichlet L-functions (primes in arithmetic progression)

专题三: **p-adic Theory of Exponential Sums**

课程中文名称: 《p-进制指数和理论》

授课教师: Daqing Wan 教授, 美国加州大学尔湾分校

课程学时: 16 学时

课程学分: 1 学分

教学内容简介:

Exponential sums over finite fields play a fundamental role in number theory, arithmetic geometry and their applications. This course provides a self-contained introduction to this subject, leading up to its main research problems and results. Among the topics to be covered includes: p-adic numbers and p-adic analysis, finite fields, exponential sums and L-functions over finite fields, p-adic estimates of exponential sums, p-adic estimates (slopes) for the zeros of L-functions. Along the way, extensive concrete and classical examples will be given to illustrate the general theory.

专题四: **Basic Algebra**

课程中文名称: 《代数基础》

授课教师: Fei Xu 教授, 首都师范大学

课程学时: 16 学时

课程学分: 1 学分

教学内容简介:

1. Basic concepts of sets, maps, product of sets, binary relations and the equivalent relations.
2. Groups and abelian groups, order of element, subgroups and finitely generated subgroups, cosets and decomposition of cosets, normal subgroups and quotient groups.
3. Group homomorphisms, the fundamental theorem of homomorphism, finite groups and Cayley Theorem, Lagrange Theorem, solvable groups.
4. Action of groups, stabilizer and orbits. Some applications.
5. Ring and commutative ring, left (right) ideals and ideals, finitely generated ideals, prime

ideals.

6. Ring homomorphism, quotient rings, the fundamental theorem of homomorphism.
7. Localization of commutative rings, domains and fractional fields.
8. Module and submodule, finitely generated modules and simple modules.
9. Localization of modules over commutative rings.
10. Structure theorem of finitely generated modules over PID.
11. Application to study the similarity of matrices over fields.
12. Skew fields and fields, quaternion algebras.
13. Wedderburn theorem and finite fields.
14. Algebraic extensions and transcendental extensions, the existence of algebraic closures.
15. Separable extensions and inseparable extensions, the primitive element theorem.
16. Galois theory.

课程 2. 学术讲堂——《数学理论漫谈》

本次暑期学校，我校知名学者将与国外名校专家联袂为广大学生奉献 7 场主题学术讲座，使学生了解目前前沿的数学研究领域，同时也将展示哈工大数学学科的各个研究方向和高质量的研究成果。具体安排如下：

Wouter Castryck 教授	1 学时
Henry H. Kim 教授	1 学时
Daqing Wan 教授	1 学时
Fei Xu 教授	1 学时
薛小平教授	1 学时
尹智教授	1 学时
李科教授	1 学时

课程 3. 数学小论文竞赛

在数学研究过程中，撰写数学论文是不可缺少的一个环节。不论是选题、分析方法、思维模式，都要经过一个长期严格的训练。而授课教授将带领学子们领略基础数学的学习与研究方式，为学子们将来从事基础数学研究打下良好的基础。

师资团队：Wouter Castryck 教授，Henry H. Kim 教授，Daqing Wan 教授，Fei Xu 教授。每位授课老师配备一位数学教师，辅助完成课程。

课程学时：24 学时

教学内容简介：这一环节的目的充分调动暑期学校学员的参与感。实践教学所采用的形式是时下流行的分组对抗。具体地，分为三个步骤：

（1）选导师：通过课程学习，学员对授课教授的知识和研究方向有了一定的了解。由 5 至 6 人组成一个团队，并选择自己的导师。

（2）完成小论文：导师给自己的团队分别设计研究课题，并至少给予一定学时的指导。每个团队学员则在导师的指导下，完成一篇学术小论文。

（3）答辩：每个团队分别答辩，评选出最佳学术团队。

学分：1.5 学分

考核方式：导师根据学员的学术小论文和答辩情况给予学分和成绩。

六、暑期学校精简信息

时间： 2019-07-08（报到）至 2019-07-27（离校）

招生对象： 大三及以上基础数学专业的优秀学生

联系人： 张毅超

电子邮件： yichao.zhang@hit.edu.cn